

## Des faits !

## Le continuum espace-temps NON absolu

### • Introduction historique: triomphe du déterminisme causal Laplacien

La mécanique repose (les « Principia » de Newton, 1687) sur deux principes fondamentaux, ceux de *relativité galiléenne* (les lois sont les mêmes pour les référentiels en MUR) et d'*inertie* (1<sup>re</sup> éq. de Newton), et sur la connaissance des lois (2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> éq.), des conditions initiales et des forces en présence. A partir de là (cf. [1] §6-11), les succès de la mécanique newtonienne furent tels que Laplace, héraut d'une conception *déterministe* de l'Univers, écrivait (1814):

« Nous devons donc envisager l'état présent de l'Univers comme l'**effet** de son état antérieur et comme la **cause** de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome. **Rien ne serait incertain** pour elle, et l'**avenir comme le passé, serait présent** à ses yeux. »

### • L'espace et le temps d'un point de vue "classique"

En rupture avec les "essences" de l'Antiquité (terre, eau, air, feu, quintessence), la science du XIX<sup>e</sup> siècle reconnaît quatre **concepts de base**: l'**espace** et le **temps** qui constituent le cadre du "puzzle Univers" (nous existons dans l'espace et nous agissons au cours du temps), la **matière** et la **lumière** qui en sont les pièces maîtresses, ont pour motifs les lois (l'énergie étant la règle du jeu). Une autre analogie est celle de la « **pièce de théâtre** », dont l'espace et le temps forment l'espace scénique, les acteurs et les décors en sont la matière et la lumière (cf. [2] §III; [3] §9). Les principales caractéristiques de l'espace et du temps, perçus comme disjoints, sont (cf. [4] §1.1-2) la *continuité* et l'*universalité* (infinité et permanence), l'*uniformité* (isotropie et homogénéité) et la *transcendance* (indépendance vis-à-vis des objets ou des sujets). Mais cette vision, bien qu'intuitive, s'est dissoute au fil des développements de la physique moderne, pour disparaître presque totalement.

Notre

existence

### • La mécanique et l'électromagnétisme en conflit!

Une crise se développa au XIX<sup>e</sup> siècle, lorsqu'il apparut que la lumière n'obéissait pas à la cinématique. Selon la *relativité galiléenne*, si dans le couloir d'un train se déplaçant dans une gare à une vitesse constante "v", on lance une balle à une vitesse "w" p. r. au contrôleur, sa vitesse "u" p. r. au chef de gare vaut intuitivement:  $u = v + w$ . Or l'**expérience de Michelson** (1881, cf. [5]) montra que cette loi de composition vectorielle des vitesses ne s'appliquait pas à la lumière. La célérité "c" reste la même, quelle que soit le mouvement de la source et/ou de l'observateur (*principe d'invariance de "c"*). Que fallait-il changer: l'ancienne mécanique ou le nouvel électromagnétisme? Poincaré affirma (1904) qu'aucun objet matériel (ou aucune information) ne peut dépasser "c", et à partir des **transformations dites de Lorentz**, tira une nouvelle loi de composition:  $u = (v+w)/(1+vw/c^2)$ . On vérifie aisément que si "v" et "w" sont petites ( $< c/10$ ), on retrouve l'expression classique. De plus, si l'une des deux, voir les deux valent "c", le résultat "u" vaut toujours "c". Puis, Einstein fit progresser la civilisation en 2 étapes via ses théories de la *relativité* (1905-15).

### • La relativité restreinte (RR): continuum "espace-temps" et 4-vecteur

La notion centrale de la RR (1905) est qu'il est impossible à quiconque en mouvement uniforme et rectiligne (*restreinte* au MUR), de s'en rendre compte, à moins de regarder à l'extérieur (*relativité*). Cette équivalence des référentiels dits inertiels, s'étend à toute la physique et en particulier à la célérité de la lumière qui devient une des quatre constantes fondamentales ( $c \approx 299'792'458$  m/s). Einstein en conclut que le seul invariant spatio-temporel (le nombre sur lequel tout observateur s'accorderait quelle que soit la vitesse) n'est plus l'intervalle entre deux positions (distance,  $\sqrt{[\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2]}$ ) QU entre deux temps (durée,  $\Delta t$ ) pris séparément, mais celui entre deux mesures conjointes d'une position EI d'un temps (quadrivecteur  $[ct; \vec{r}]$ ).

« La particule doit être pensée comme ETANT son histoire (un événement), et non pas comme une entité métaphysique AYANT une histoire (Russel, 1912). »

Cela conduit à la **fusion de l'espace-temps quadridimensionnel**. En généralisant le théorème de Pythagore (métrique,  $ds^2 = c^2 dt^2 - [dx^2 + dy^2 + dz^2]$ ), ce continuum est doté d'une géométrie sans courbure (Minkowski, 1907) et structurée par le **cône de lumière** (*pseudo-euclidienne*).

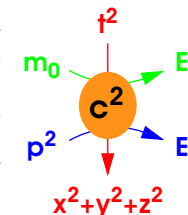
Emergence d'un paradigme qui « réenchante » le monde.

## Leur interprétation ?

### • Conséquences de la RR en cinématique et en dynamique

En cinématique (cf. [6] §1-2), tant que la propagation de la lumière était considérée comme instantanée, il était possible, grâce à un temps absolu, d'avoir une vue globale de l'Univers à l'instant "t". Ce n'est plus le cas quand "c" prend une valeur finie: la simultanéité de deux événements devient problématique, car seul le temps "propre" à un référentiel est défini. En outre, entre des référentiels en MUR, chaque observateur constate **une contraction des longueurs et une dilatation des temps**, impliquant le facteur:  $\gamma \equiv 1 / \sqrt{[1-(v/c)^2]}$ .

En dynamique, afin de garantir la validité du principe de conservation de la quantité de mouvement ( $\vec{p} \equiv m\vec{v}$ ), la masse d'inertie "m<sub>in</sub>" n'est plus égale à la masse pesante "m<sub>0</sub>", mais vaut:  $m_{in} = \gamma m_0$ . L'énergie totale "E = m<sub>in</sub>c<sup>2</sup>" et l'impulsion " $\vec{p}$ " forment un quadri-vecteur ( $[E/c; \vec{p}]$ ). L'énergie cinétique est définie par:  $E_C \equiv (\gamma-1)m_0c^2$ , qui se réduit au familier "(1/2)mv<sup>2</sup>" pour de faibles vitesses, mais devient infinie pour  $v = c$ . La quantité:  $E_0 = m_0c^2$ , qui ne dépend pas de la vitesse de la particule, est son énergie de masse. Finalement, la constante "c" joue le rôle d'un facteur de conversion entre temps et espace, matière et énergie.



### • La relativité générale (RG): nouveau cadre de référence de l'Univers

Si la RR fournit une vision géométrique de l'espace-temps, la RG la complète en y incorporant la gravitation (1915). Elle introduit pour cela une déformation de l'espace-temps proportionnelle au quadri-vecteur "énergie-impulsion" (cf. [3] §9). Cette courbure, relève d'une géométrie non-euclidienne (cf. [4] §1.3-4). Espace, temps et gravitation sont ainsi harmonieusement mêlés (**tout est géométrie**) et permettent d'aborder la cosmologie dans toute son ampleur (Big Bang, trou noir, etc...; cf. [7] §2-4).

a-t-elle

un SENS?

### • En guise de conclusion provisoire

Afin que la matière et la lumière obéissent à la même cinématique, la relativité restreinte s'est construite sur deux postulats: **1/ l'existence d'un référentiel d'inertie**  $\mathfrak{R}_{in}$ , où l'espace est *isotrope* et le temps est *homogène*, et pour lequel, un corps isolé suit un MUR et la lumière se propage en ligne droite; **2/ l'invariance des lois physiques pour tous les référentiels inertiels** (en MUR par rapport à  $\mathfrak{R}_{in}$ ), et en particulier la constance de "c".

Les résultats généraux de la relativité restreinte peuvent s'exprimer comme suit:

- la durée, la distance, le mouvement, l'énergie, l'impulsion dépendent du référentiel,
- il n'y a ni d'espace absolu, ni de temps absolu, mais un *continuum d'espace-temps*,
- toute loi physique doit être invariante vis-à-vis de la *transformation de Lorentz*, en particulier, cela implique l'existence de *quadrivecteurs* dans chaque domaine,
- l'action directe instantanée est remplacée par l'action à distance à vitesse "c", et par conséquent, le concept de *force* cède la place à celui de *champ* (cf. [2] §VIII).

Einstein imposa donc un changement radical des conceptions classiques, en détruisant la perception newtonienne d'un espace et d'un temps absolus et indépendants (*relativité "restreinte"*), puis en éliminant le concept de force de gravitation universelle, qui exprimait l'écart au mouvement naturel, qu'il prit (à tort) égal à un MUR (*relativité "générale"*). Mais cela est une tout autre histoire...

### • Pour aller plus loin

cf. compléments

- [1] J.-Cl. Boudenot, "Histoire de la Physique et des Physiciens", Ellipses, 2001.
- [2] G. Cohen-Tannoudji & M. Spiro, "La Matière-Espace-Temps", Fayard, 1986.
- [3] P. Atkins, "Le doigt de Galilée", Dunod, 2004.
- [4] M. Lachièze-Rey, "Au-delà de l'Espace et du temps", Le Pommier, 2003.
- [5] J.-P. Auffray, "Einstein et Poincaré", Le Pommier, 1999.
- [6] G. Gamow & R. Stannard, "Le Nouveau monde de M. Tompkins", Le Pommier, 2002.
- [7] M. L.-Rey, "Initiation à la cosmologie", Dunod, 2004.

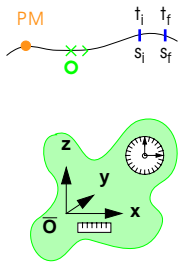
Groupe de branche de PHYSIQUE du LCC  
en collaboration avec le prof. Jean Staune

N°1 A suivre...

# Complément 1a

## Le cadre de référence "classique": l'analogie de la pièce de théâtre

- **Terminologie en physique classique** ~ **analogie dite du "Théâtre"**
- **Événement** ~ **acteurs & décors**
- **Espace** (s ou x, y, z) ~ **scène du théâtre**
- **Temps** (t) ~ **mise en scène**
- **Mouvement** ( $\vec{v}$ ) ~ **pièce de théâtre**
- **Référentiel**  $\mathcal{R}$  ~ **spectateur**
- **Lois physiques** ~ **thème de la pièce**



Intuitivement, nous existons dans l'espace et nous agissons dans le temps. Classiquement, on imagine donc l'espace comme une scène de théâtre immatérielle, où le temps, telle une mise en scène, permet de distinguer les actions successives. Autrement dit, l'espace sépare les événements simultanés, et le temps distingue le futur imprévisible du passé immuable. Cela conduit au postulat fondamental:

**l'espace et le temps sont Indépendants des événements.**

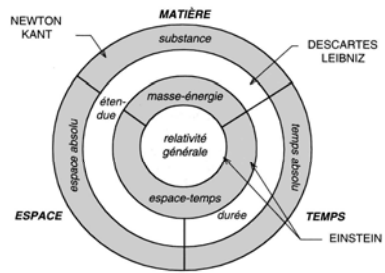
• **Critique radicale du cadre conceptuel de la mécanique classique**  
De telles interprétations relèvent cependant plus du sentiment que d'une véritable connaissance objective. Elles forment davantage le point de départ d'une réflexion philosophique qu'un point d'arrivée scientifique. Grâce à la relativité "restreinte" (1905), puis "générale" (1915), on sait aujourd'hui que:

**le continuum "espace-temps" et les événements sont INTERdépendants.**

# Complément 1b

## Le cadre de référence "classique": les entités fondamentales

- **Quid du l'espace, du temps, de la matière et de la lumière?** (cf. [2] p.88-89)
- Qu'est-ce que l'espace? Qu'est-ce que le temps? Qu'est-ce que la matière? Qu'est-ce que la lumière? La physique classique a sans doute forgé en nous, hommes du XX<sup>e</sup> siècle, à la fois les termes de ces questions et leurs réponses spontanées. [...] La pertinence et la spécificité de la démarche scientifique pour analyser les phénomènes où intervient le mouvement ont été et sont toujours de mettre en avant trois entités, les plus fondamentales, depuis la Renaissance, de toute l'activité scientifique: **l'espace, le temps et la matière**. Ces trois catégories constituent la base de la problématique scientifique moderne, en rupture avec les concepts dominants du passé ([8] J. Perdijon, "La Formation des idées en Physique" Dunod, 2007, figure n°14).



Les principales caractéristiques des **l'espace** et du **temps** sont l'infinité et la continuité. L'espace s'étend continûment, partout, et même plus loin qu'on ne peut l'imaginer. L'espace et le temps ont, en physique théorique classique, une existence en soi; ce sont des réalités indépendantes des objets qui y sont en mouvement et des sujets pensants que nous sommes. Le temps se déroule imperturbablement sans se préoccuper de la matière et de la lumière. L'espace est là de tout temps.

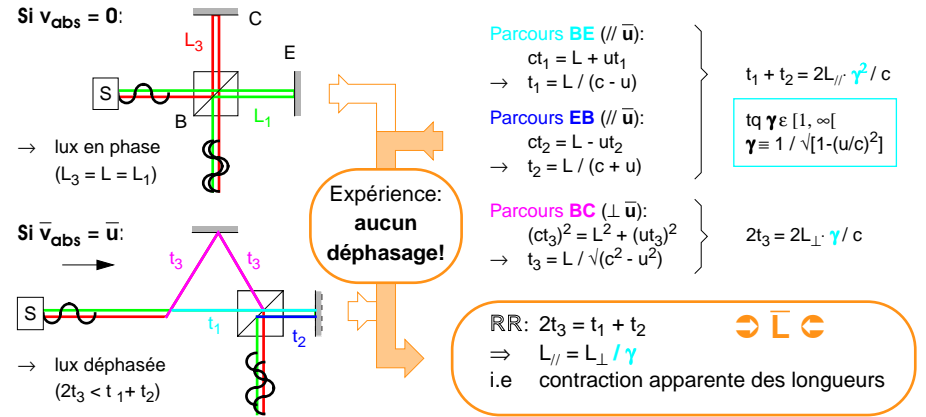
Pour ce qui concerne la **matière**, la physique classique s'accorde bien (à condition que l'on n'y regarde pas de trop près) de la conception atomiste: les atomes constituent le substrat des diverses formes que revêt la matière: solide, liquide et gazeuse.

En physique classique la matière se distingue de la **lumière** qui est interprétée comme un phénomène ondulatoire. Les phénomènes ondulatoires sont des phénomènes liés au mouvement des particules d'un milieu matériel. C'est pourquoi, en physique théorique classique, on avait induit l'existence d'un fluide matériel, qui serait le siège des ondes lumineuses, l'éther. L'infirmité de cette hypothèse par l'expérience de Michelson (1881) a provoqué un fort ébranlement du cadre de la physique classique. D'autre part, avec la théorie du photon on a mis en évidence l'aspect corpusculaire de la lumière. Il en résulte que la distinction matière/lumière devient superflue, tout au moins au niveau conceptuel.

# Complément 1c

## L'épilogue du mystérieux "éther": l'expérience de Michelson & Morley

- **Expériences de Michelson & Morley** (1881 & 1887)
- **But:** déterminer la **vitesse absolue de la Terre** p. r. à l'éther (~ 30 km/s)
- **Moyen:** appliquer le principe de **relativité galiléenne** la lumière devant être différemment "entraînée" par le "vent" d'éther
- **Résultat:** **négatif** → suppression de l'éther
- **Explication:** **Fitzgerald** (1887) → "tout se passe comme si" il avait une contraction !?!  
**Einstein** (1905) → vérification de la Relativité Restreinte
- **Physique classique** (hypothèse:  $L = \text{cst}$ )
- **Interprétation RR** (hypothèse:  $c = \text{cst}$ )



# Complément 1d

## Changement de référentiel en MUR: transformation de Galilée / de Lorentz

Supposons qu'un train et son contrôleur (référentiel  $\mathcal{R}'$ ) se déplacent dans une gare à une vitesse constante "v" (MUR), en passant notamment devant la casquette du chef de gare (référentiel  $\mathcal{R}$ ). Une transformation de référentiels est l'opération qui permet, par exemple, de trouver les coordonnées de la casquette par rapport à  $\mathcal{R}'$  ( $t', x', y', z'$ ), connaissant ses coordonnées par rapport à  $\mathcal{R}$  ( $t, x, y, z$ ).

Historiquement, c'est pour faire en sorte que les équations de Maxwell s'écrivent à l'identique dans tout référentiel galiléen (en MUR), que Voigt, puis Lorentz, durent introduire une nouvelle transformation, avant qu'Einstein n'en réalise toute la portée physique. Sa principale caractéristique est que la vitesse de la lumière vaut toujours "c" dans tout référentiel en MUR. On démontre également que c'est l'unique loi de transformation linéaire, homogène et isotrope de l'espace-temps possédant cette propriété.

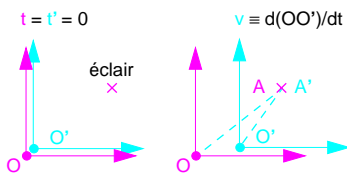
- **Transformation de référentiels en MUR** (Voigt 1887, Lorentz 1892)
- **Transformation de Galilée** (Classique):  
 $t' = t$   
 $x' = x - vt$   
 $y' = y$   
 $z' = z$   
 $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$
- **RR  $\leftrightarrow$  Lorentz**:  
 $t' = (t - vx/c^2) \gamma$   
 $x' = (x - vt) \gamma$   
 $y' = y$   
 $z' = z$   
 $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$
- **Loi d'addition des vitesses:** (Poincaré 1904)  
→  $u = (v + w)/(1 + vw/c^2)$  avec "u" p.r. à  $\mathcal{R}$  et "w" p.r. à  $\mathcal{R}'$  ( $\gamma \in [1, \infty[$ )  
→  $c = \text{cst} \leftrightarrow$  vitesse maximale
- **Contraction apparente des longueurs:**  $\rightarrow x \leftarrow$   
→  $\Delta x = \Delta x_{\text{propre}} / \gamma < \Delta x_{\text{propre}}$  ( $v = c \Leftrightarrow \Delta x = 0$ )
- **Dilatation apparente du temps:**  $\leftarrow t \rightarrow$   
→  $\Delta t = \Delta t_{\text{propre}} \cdot \gamma > \Delta t_{\text{propre}}$  ( $v = c \Leftrightarrow \Delta t = \infty$ )

# Complément 1e

## Le continuum "espace-temps": quadri-vecteurs et temps propre

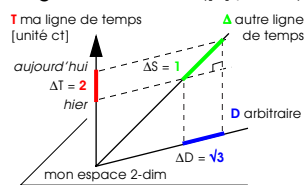
### • Simultanéité entre deux référentiels et quadri-vecteur "espace-temps" ([8] p. 101 ss)

Considérons un "chef de gare"  $O'$  et "contrôleur"  $O''$  placés à l'origine de deux référentiels en MUR selon une vitesse "v". Ils réglent leur montre, i. e. synchronisent leurs temps "propres", de façon que ceux-ci soient nuls au moment où ils se croisent (fig. gauche). A cet instant se produit un éclair, dont l'observation ne sera pas simultanée pour  $O'$  et  $O''$ , du fait de la valeur finie de "c". Le premier observateur voit l'éclair en un point "A" de son référentiel, à une distance égale au trajet parcouru par la lumière:  $OA^2 = x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ ; alors que le second le voit en "A'" de l'autre référentiel tel que  $O'A'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$  (fig. droite). **Ce qui est conservé n'est plus la distance  $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$  entre deux événements (quadri-vecteur  $[ct; \vec{r}]$ ). On retrouve ainsi la transformation de Lorentz avec son facteur  $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2} \geq 1$ ; pour  $v < c/10$ , on obtient  $\gamma \approx 1$ , autrement dit la transformation de Galilée.**



### • La géométrie de l'espace-temps: ligne de temps propre et ligne d'Univers ([4] p. 61 ss)

Pour construire l'espace-temps, partons d'une projection horizontale de l'espace et considérons ma ligne de temps "T" comme verticale (pour un temps absolu, ma ligne serait commune à tous). N'importe quel mouvement à vitesse "v" combine un déplacement spatial le long d'une direction "D" de l'espace, et un déplacement temporel le long de "T". Cette combinaison définit pour moi une ligne d'Univers "Δ" dans l'espace-temps. Chaque direction spatiale "D" fournit ainsi une droite "Δ" différente qui constitue la ligne de temps "propre" à un observateur se déplaçant dans cette direction p. r. à moi. Le temps décrit par ma droite "T" est donc relatif (à moi-même) et non plus absolu. **La relativité restreinte constitue le cadre qui permet de gérer toutes ces lignes temporelles.** Si vous êtes au repos p. r. à moi ( $v = 0$ ), aucune droite "Δ" ne peut être construite, nous avons donc le même temps propre. Si par contre, vous vous déplacez, votre ligne de temps propre apparaît "inclinée" par rapport à la mienne, proportionnellement à votre vitesse relative. La lumière possède l'inclinaison maximale (cône de lumière).



# Complément 1g

## Le continuum "espace-temps": représentation via les quadri-cubes!

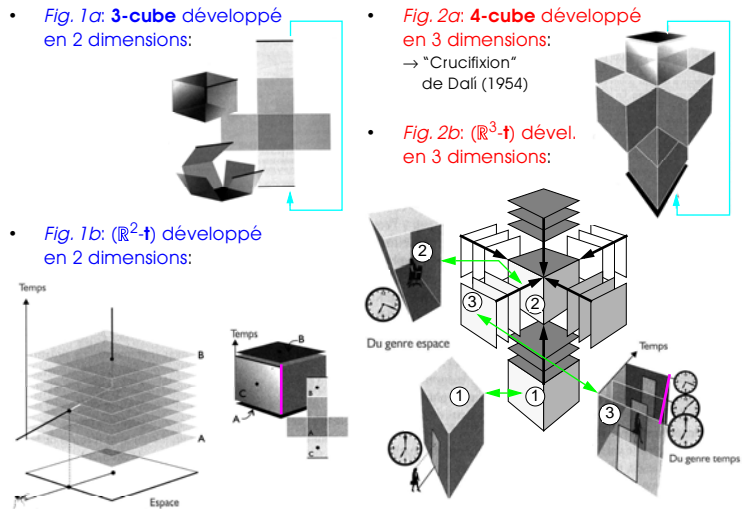
Comment représenter un espace quadridimensionnel? Par analogie au développement bidimensionnel d'un cube tridimensionnel (ou 3-cube), on représente un 4-cube par son développement tridimensionnel (cf. Fig. 1a & 2a ci-après, [3] p.339 ss).

### Fig. 1b: Une fourmi arrive sur un papier et s'arrête au milieu.

La face inférieure (2-cube n° A du genre espace) est initialement vide, car la fourmi n'est pas encore sur le papier. Mais en le regardant plus tard, nous observons la fourmi au milieu de la face supérieure (2-cube n° B). Entre-temps la fourmi a dû traverser le bord de la feuille (2-cube n° C du genre temps). Le 3-cube représente donc l'enregistrement spatio-temporel des événements associés au papier durant un temps. Les arêtes des 2-cubes "temps" correspondent aux géodésiques.

Fig. 2b: Une personne pénètre dans une pièce et s'y assied. Une pièce initialement vide à 19h (3-cube n°1 du genre espace) est occupée à 19h20 (3-cube n°2). On peut représenter ce qui s'est passé pendant ce temps par une succession d'images de la porte (3-cube n°3 du genre temps) ou des 5 autres faces spatiales. Le 4-cube représente donc un enregistrement spatio-temporel des événements associés à la pièce pendant 20 min. Toutes les faces sont appariées: le plancher du 3-cube n° 1 correspond à la surface noire du 3-cube supérieur, etc...

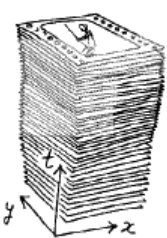
### Représentations bi- et tri-dimensionnelles



# Complément 1f

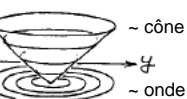
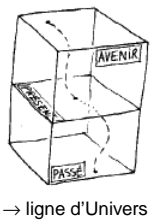
## Le continuum "espace-temps": quelques illustrations

### $\mathbb{R}^3-t$ "Do-it"

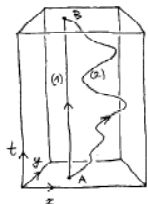


La propagation de la lumière "structure" l'espace-temps

### Temps ABSOLU

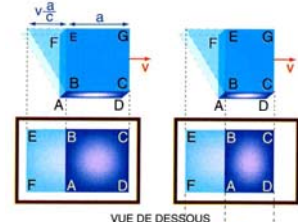


### Faux "paradoxe" des jumeaux



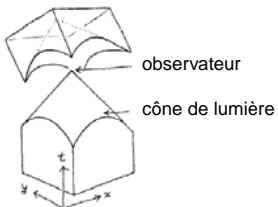
La ligne "droite" est le plus long chemin dans  $\mathbb{R}^3-t$   $\rightarrow \Delta t_1 > \Delta t_2$

### Transformation de Lorentz

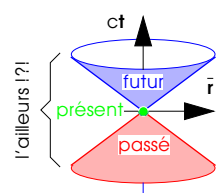


Une sorte de rotation dans  $\mathbb{R}^3-t$   $\Rightarrow$  l'invariant est le quadri-vecteur

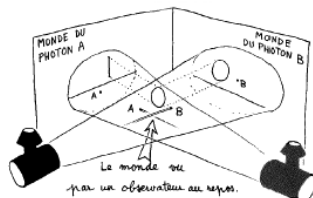
### Temps PROPRE



### Éléments connectés causalement



### Un cas extrême: le photon



# Complément 1h

## Des symétries de l'espace-temps à "énergie = masse"!

La véritable signification des célèbres lois de Newton met en jeu des lois de conservations qui révèlent des symétries particulières de l'espace-temps. L'espace et le temps sont donc tous deux réguliers!

- La 3<sup>e</sup> loi de Newton (action = réaction) découle de la conservation de l'impulsion ( $\vec{p} = m\vec{v}$ ). L'impulsion totale d'une collection de particules en interaction ne change pas quand elles ne sont soumises à aucune force extérieure au système considéré (application: le billard). Dans ce cas, c'est une symétrie spatiale, l'homogénéité de l'espace (autrement dit l'espace est invariant par translation), qui en est l'origine.
- La 2<sup>e</sup> loi de Newton ( $\Sigma \vec{F}^{ext} = m\vec{a}$ ) découle de la conservation de l'énergie ( $E \equiv$  capacité à accomplir un travail grâce au mouvement,  $E_{cin}$  ou grâce à la position,  $E_{pot}$ ). L'énergie ne peut être ni créée, ni détruite, mais seulement transformée et l'énergie totale d'un système fermé est une constante. Dans ce cas, c'est une symétrie temporelle, l'uniformité du temps (autrement dit le temps est invariant par translation), qui en est l'origine.

L'origine de la plus célèbre équation de la physique,  $E = mc^2$ , se situe dans le 5<sup>e</sup> article d'Einstein en 1905 « L'inertie d'un corps dépend-elle de son contenu énergétique? » où il conclut: « La masse d'un objet est une mesure de l'énergie qu'il contient. »

Dans les unités où le temps est exprimé comme une longueur ( $c = 1$ ), cette équation prend une forme plus révélatrice, **énergie = masse au repos**, et permet une démonstration qualitative (cf. [3] p. 342 ss).

Considérons une collision (donc l'impulsion  $\vec{p}$  est conservée) élastique (donc l'énergie cinétique  $E_{cin}$  est conservée) entre deux particules de masse au repos " $m_0$ ", selon l'axe "x":

- en relativité restreinte, l'intervalle  $\Delta s$  est défini par:  $\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$  (invariant relativiste)
- simplifions par  $\Delta s$  et multiplions par " $m_0$ ":  $m_0^2 = (m_0 \Delta t / \Delta s)^2 - (m_0 \Delta x / \Delta s)^2$
- " $\Delta x / \Delta s$ " est une généralisation 4-D de la vitesse "v", d'où:  $m_0^2 = (m_0 \Delta t / \Delta s)^2 - (m_0 v)^2 = (m_0 \Delta t / \Delta s)^2 - p^2$
- la quantité " $m_0 \Delta t / \Delta s$ " est expérimentalement conservée et a des Joules comme unité: on peut l'identifier à l'énergie:  $m_0^2 = E^2 - p^2$  (4-vecteur énergie-impulsion)
- c'est formellement analogue à la définition de l'intervalle:  $\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$  (4-vecteur espace-temps)
- E et  $\vec{p}$  étant conservés, on en déduit que:  **$m_0$  est un invariant comme  $\Delta s$**
- dans le cas particulier d'une particule immobile,  $\vec{p} = \vec{0}$ :  $m_0^2 = E^2$  et  $m_0 c^2 = E$
- pour les puristes, réintroduisons la constance c:  $(m_0 c^2)^2 = E^2 - (p \cdot c)^2$  et  $m_0 c^2 = E$

Cette équivalence extraordinaire est donc une conséquence directe de la géométrie et, par le biais des deux lois de conservations susmentionnées (énergie et impulsion), des symétries particulières de l'espace-temps (théorème d'Emmy Noether, 1918): **tout est donc géométrie!**